



ÉTUDE D'UN SYSTÈME DE RECHARGE D'UN VÉHICULE ÉLECTRIQUE PAR INDUCTION DYNAMIQUE

RAPPORT INTERMÉDIAIRE

Projet Scientifique Collectif

24 janvier 2019

Groupe PHY11 :

François CHALLET, Timothée CHAUVIN,

Marc DAVOUST, Oualid EL HAJOUJI,

Benoît HALGAND, Jad SAADANI

Tuteur : François COLET

Coordinateur : Alistair ROWE

Table des matières

Introduction	3
1 Résultats actuels	3
1.1 Interprétation du phénomène des bosses de chameau	3
1.2 Modélisation simplifiée du système et premiers résultats	5
1.2.1 Description du modèle	5
1.2.2 Quelques exemples	8
1.2.3 Analyse des exemples et premiers résultats	9
1.2.4 Optimisation de a et limites du modèle	11
2 Gestion du projet	14
2.1 Retour sur les objectifs initiaux et leur réalisation	14
2.2 Les aléas du projet, l'adaptation et les enseignements tirés	14
2.3 Organisation des 3 mois restants	15
Références	15
A Code Python utilisé en 1.2	i

INTRODUCTION

Ce rapport présente l'état actuel de notre projet depuis la proposition détaillée présentée le 24 septembre 2018 : les résultats obtenus pendant ces 4 mois, un retour critique sur les objectifs initiaux et les méthodes déployées jusqu'ici, ainsi que notre organisation prévisionnelle des 3 mois restants.

Avant tout, rappelons rapidement l'objet de ce PSC : il s'agit d'étudier et de tenter d'optimiser le système de recharge inductive de véhicule électrique de l'institut de recherche VEDECOM. Ce système de recharge consiste à alimenter des bobines sous la route lorsqu'un véhicule passe au-dessus d'elles. Le champ magnétique induit alors un champ électrique dans une bobine située, elle, dans la voiture. Ceci permet donc de recharger des véhicules électriques pendant qu'ils roulent.

Nous avons notamment décidé de tenter de comprendre un phénomène inconnu découvert par nos prédécesseurs X2016, appelé "bosses de chameau" (décrit dans notre proposition initiale), de rechercher l'espacement horizontal optimal entre les bobines, et de nous intéresser à différentes formes potentielles de bobines.

Les moyens associés à ces objectifs étaient des études théoriques, des expérimentations sur le site de VEDECOM et des calculs avec le logiciel de simulation électromagnétique *Maxwell 3D*.

1 RÉSULTATS ACTUELS

1.1 Interprétation du phénomène des bosses de chameau

Nous avons tenté de comprendre théoriquement le phénomène puis de tester expérimentalement notre modèle par des expériences sur site. Suite à des annulations et incompatibilités d'emplois du temps, les expériences qui devaient commencer début janvier n'ont pas encore eu lieu. L'étude théorique est la suivante :

On considère uniquement deux circuits RLC en série liés par une inductance mutuelle kL où L est l'inductance de chacune des deux bobines et k est le coefficient de couplage.

La loi des mailles dans chaque circuit nous donne :

$$e_1 = i_1 \left(r + L\omega j + \frac{1}{C\omega j} \right) + i_2 kL\omega j$$

et

$$0 = i_2 \left(r + j\omega L + \frac{1}{C\omega j} \right) + i_1 k L \omega j$$

La deuxième relation nous permet d'exprimer i_2 en fonction de i_1 , puis d'avoir e_1 en fonction de i_1 uniquement.

On en déduit une impédance complexe équivalente :

$$Z_{eq} = r + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) + \frac{\omega^2 k^2 L^2}{R + j\omega L + \frac{1}{C\omega j}}$$

Pour être en résonance, on cherche à annuler la phase, donc la partie imaginaire de l'impédance équivalente. Cette partie imaginaire vaut

$$Im = L\omega - \frac{1}{C\omega} - \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \omega^2 k^2 L^2}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}$$

Si on considère que ω est constant, ce qui est le cas lors de l'observation du phénomène des bosses de chameau, on peut exprimer le coefficient de couplage optimal, k_{opt} , en fonction de ω . On trouve

$$k_{opt} = \sqrt{\frac{\omega^6 L^3 C^3 + \omega^4 (LRC^3 - 3L^2 C^2) + \omega^2 (3LC - R^2 C^2) - 1}{\omega^6 L^3 C^3 - \omega^4 L^2 C^2}}$$

On peut tirer 2 conclusions de cette relation.

- Tout d'abord, le k optimal dépend de ω . Il ne correspond pas a priori à la valeur maximale de k qui est atteinte quand les bobines sont l'une au-dessus de l'autre. Par symétrie du système, on a deux positions possibles pour la bobine secondaire, symétriques par rapport à la bobine primaire.
- D'autre part, suivant la valeur de ω choisie, cette valeur de k optimale peut ne pas être définie (si le contenu de la racine carrée est négatif), ou encore être supérieure à la valeur maximale de k permise par le circuit. Selon ω , on aura donc ou non deux maxima distincts symétriques par rapport au centre des deux bobines. Ce calcul constitue donc une explication possible au phénomène des bosses de chameau et au fait qu'il ne soit pas toujours observé en pratique.

L'étape suivante de cette étude est la confrontation avec les résultats expérimentaux que nous obtiendrons sur le site de VEDECOM.

En pratique, VEDECOM ne travaille pas à ω fixé car k varie, mais adapte la valeur de ω à tout moment afin d'annuler la phase. On considère que k est constant, ce qui ne pose pas de problème car nous travaillons en quasi-statique.

Quand on trace la phase $\phi = \arcsin\left(\frac{Im}{|Z_{eq}|}\right)$, on a une corrélation positive entre la phase et la fréquence (voir Fig. 1). En mesurant la phase, si elle est positive (resp. négative), on diminue (resp. augmente) la fréquence.

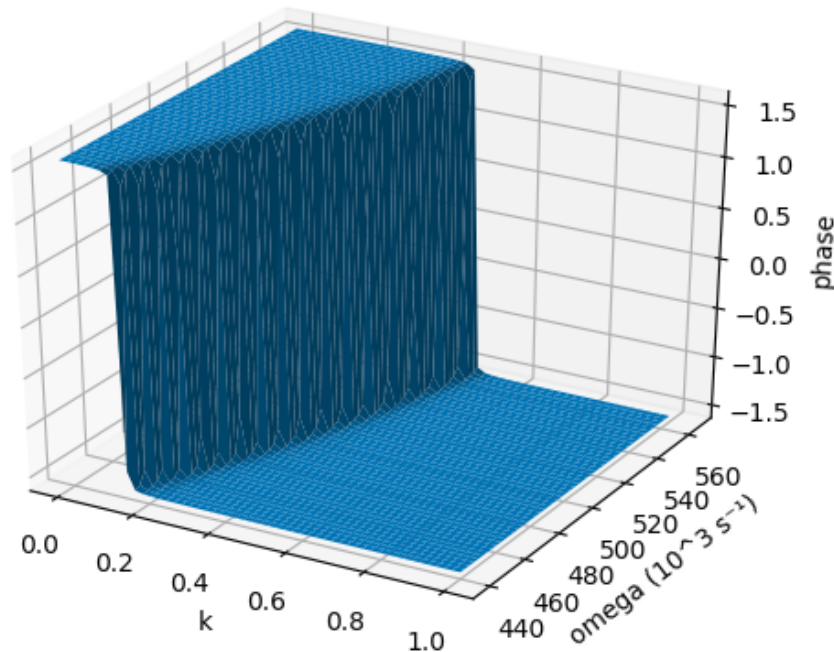


FIGURE 1 – Évolution de la phase ϕ en fonction k et ω

Nous avons donc proposé une explication possible du phénomène des "bosses de chameau".

Néanmoins nous n'avons pas pu vérifier au laboratoire de VEDECOM cette compréhension théorique, n'ayant pu avoir accès aux laboratoires de VEDECOM en janvier. Nous allons le faire dans les prochaines semaines.

Cependant, nous avons aussi compris que la résonance ne correspond pas forcément au transfert de puissance maximum. Nous allons donc poursuivre nos recherches afin d'optimiser le transfert de puissance.

1.2 Modélisation simplifiée du système et premiers résultats

1.2.1 Description du modèle

Comme remarqué par nos prédécesseurs, l'allure des lignes de champ magnétique dans un plan perpendiculaire aux bobines est proche de celle que l'on obtient avec des fils infinis. Il est donc possible d'envisager un modèle simple en remplaçant les bobines par des fils infinis,

permettant d’obtenir par le calcul des résultats quantitatifs préliminaires sur le système de VEDECOM. L’avantage de cette modélisation est de permettre d’obtenir explicitement des résultats mathématiques sur le système, ce qui n’est pas possible à notre niveau avec des bobines, qui nécessitent une simulation numérique avec par exemple le logiciel *Maxwell 3D*.

Dans ce modèle, on garde la bobine située dans la voiture, mais on modélise les bobines au sol par des fils infinis.

On considère 4 fils infinis dans le plan $z = 0$:

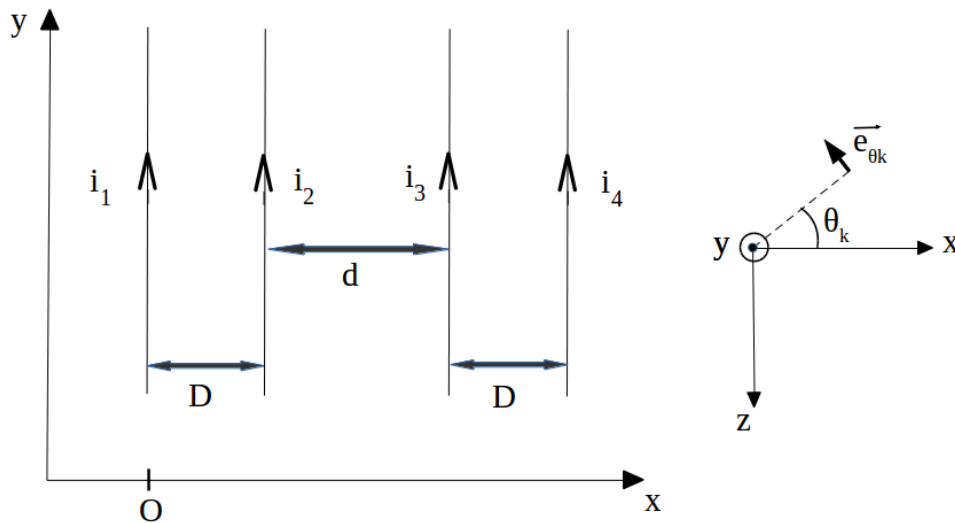


FIGURE 2 – Schéma du modèle considéré. La voiture se déplace selon l’axe x .

En prenant $i_1 = -i_2$ et $i_3 = -i_4$, on modélise 2 bobines qui se rebouclent à l’infini.

On part de 2 bobines car il s’agit du nombre minimal permettant d’étudier une interaction entre leurs champs magnétiques, et pour la simplicité des calculs. On rapprochera progressivement ce modèle du système VEDECOM dans ce qui suit.

On applique le théorème d’Ampère à chaque fil pour trouver, pour $k = 1, 2, 3, 4$, le champ magnétique qu’il engendre :

$$\vec{B}_k = \frac{\mu_0 i_k}{2\pi r_k} \vec{e}_{\theta_k}$$

où r_k est la distance au fil k . Posons : $d_1 = 0$, $d_2 = D$, $d_3 = D + d$, et $d_4 = 2D + d$, les distances des fils à l’origine, et $x_k = x - d_k$. On a :

$$\begin{cases} \vec{e}_{\theta_k} &= -\cos\theta_k \vec{e}_z - \sin\theta_k \vec{e}_x \\ r_k &= \sqrt{x_k^2 + z^2} \end{cases} \quad (1)$$

La bobine secondaire située dans la voiture étant considérée horizontale, seul $B_z = \vec{B} \vec{e}_z$ a un impact sur le flux de \vec{B} à travers elle.

Pour $k = 1, 2, 3, 4$,

$$B_{kz} = -\frac{\mu_0 i_k \cos \theta_k}{2\pi r_k} = -\frac{\mu_0 i_k x_k}{2\pi r_k^2}$$

Avec le théorème de superposition :

$$B_z = \sum_k B_{kz} = -\frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{k=1}^4 \frac{i_k x_k}{r_k^2}$$

Par la suite, on alimente les bobines / fils de la route avec un courant sinusoïdal $i(t) = i_k \cos(\omega t)$.

On considère que la bobine dans la voiture est une bobine carrée de côté a , dont le centre x_v (v pour *voiture*) se déplace à vitesse constante v : $x_v(t) = vt$. Le flux de \vec{B} dans cette bobine se calcule comme étant :

$$\phi(t) = -\frac{\mu_0 a \cos(\omega t)}{2\pi} S(t)$$

où l'on a posé

$$S(t) = \sum_{k=1}^4 i_k \int_{x=vt-a/2}^{vt+a/2} \frac{x_k}{r_k^2} dx$$

Il est possible de calculer explicitement $S(t)$:

$$S(t) = \sum_{k=1}^4 \frac{1}{2} i_k \ln \left(1 + \frac{2a(x_v - d_k)}{(x - \frac{a}{2} - d_k)^2 + z^2} \right)$$

Avec la loi de Faraday, et en négligeant les variations temporelles de S qui sont beaucoup plus lentes que celles de $\cos(\omega t)$, on obtient la f.e.m. induite dans la bobine :

$$e = \frac{\mu_0 a \omega}{2\pi} \sin(\omega t) S$$

Si l'on munit la bobine de la voiture d'une résistance R , l'énergie reçue par la voiture lors de son passage au-dessus des bobines est $E = \int \frac{e^2}{R} dt$, proportionnelle à $I = \int S^2 dx_v$.

C'est à cette dernière grandeur que nous nous intéresserons par la suite.

1.2.2 Quelques exemples

On trace la courbe $S^2(x)$ (quantité proportionnelle à la puissance reçue) dans différentes situations, à l'aide d'un programme Python (code en annexe A).

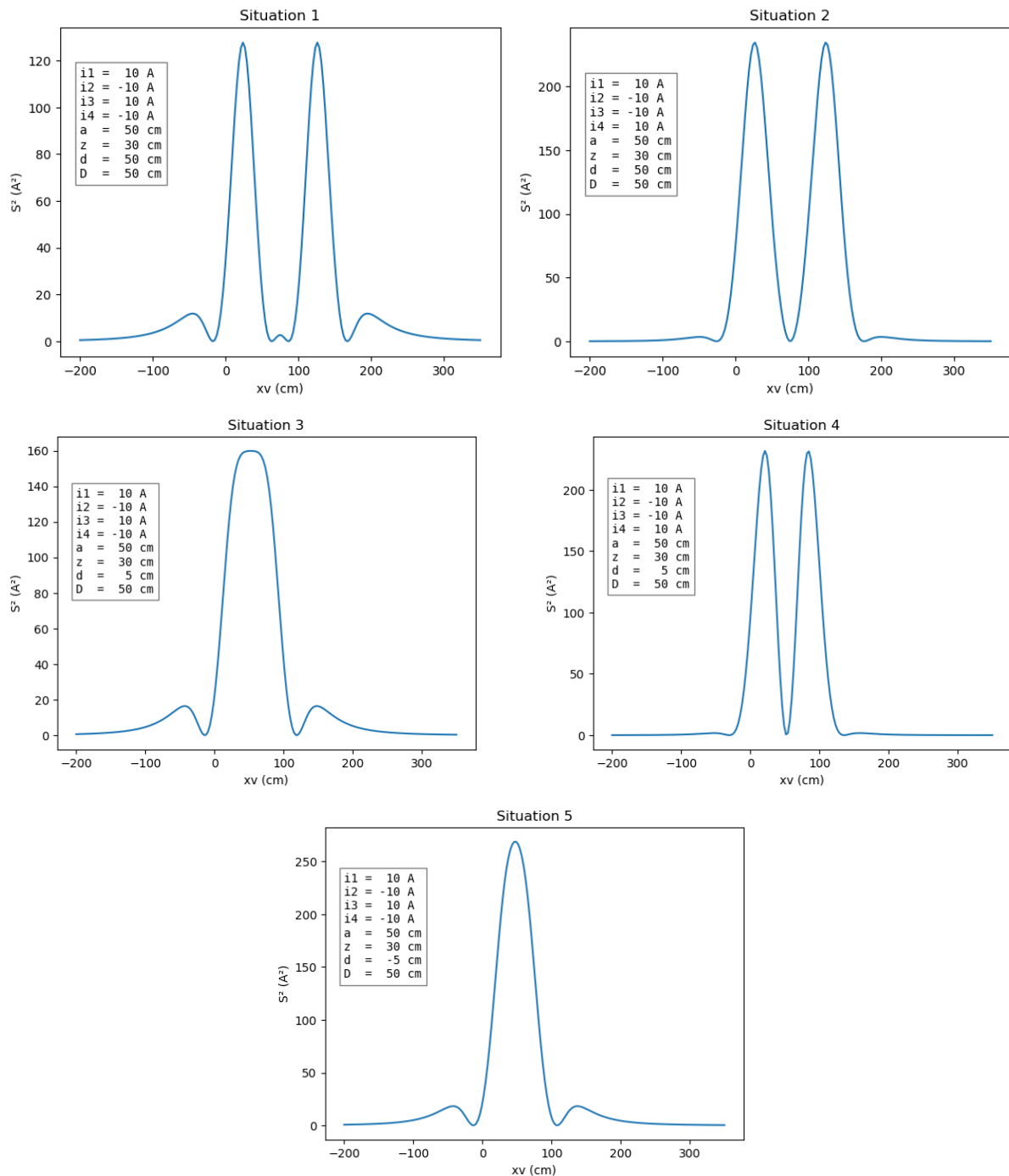


FIGURE 3 – Évolution de S^2 en fonction de la position de la voiture, selon différentes configurations

Chaque situation est décrite brièvement ci-dessous :

- Situation 1 : 2 bobines de côté 50 cm, espacées de 50 cm, dans lesquelles le courant circule dans le même sens.
- Situation 2 : cette fois, les courants dans les 2 bobines sont de sens opposés.
- Situation 3 : comme la situation 1, mais il n’y a plus que 5 cm d’écart horizontal entre les 2 bobines.
- Situation 4 : comme la situation 2, mais il n’y a plus que 5 cm d’écart horizontal entre les 2 bobines.
- Situation 5 : les 2 bobines, dans lesquelles le courant circule dans le même sens, se chevauchent légèrement

Qu’en est-il de l’énergie récupérée?

Situation	Valeur de $\int_{-500}^{700} S^2 dx$ ($A^2.cm$)
1	10 700
2	20 700
3	14 800
4	16 600
5	18 200

À titre de comparaison, pour une seule bobine dans la route, on obtient $\int_{-500}^{700} S^2 dx = 7900 A^2.cm$.

Les situations 2, 4 et 5 correspondent donc à des cas où l’ajout d’une deuxième bobine multiplie par un facteur supérieur à 2 l’énergie récupérée.

1.2.3 Analyse des exemples et premiers résultats

Les situations 2 et 4 sont similaires aux situations 1 et 3 sauf que le courant des 2 bobines circule en des sens opposés.

Les résultats du tableau précédent indiquent donc que, si deux bobines sont alimentées simultanément, leurs courants doivent être de sens opposés. On choisira donc de tels courants par la suite. Ce résultat se comprend facilement en dessinant les lignes de champ des 2 bobines :

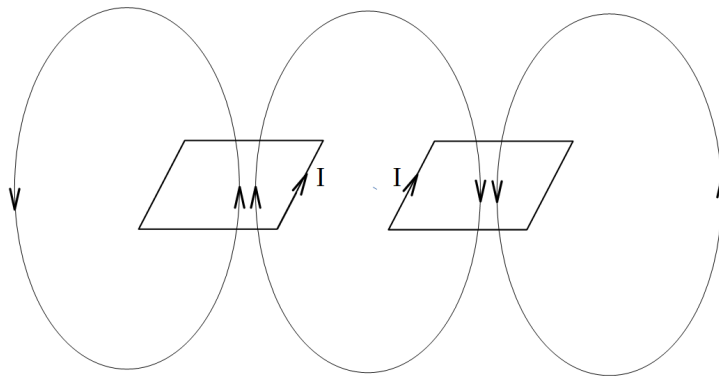


FIGURE 4 – Lignes de champ issues des bobines avec courants opposés

On voit qu’avec des courants opposés, les 2 champs magnétiques se renforcent au niveau des bobines.

On cherche maintenant à optimiser d , la distance entre 2 bobines successives.

On maintient pour l’instant les autres paramètres constants : $i_k = \pm 10\text{ A}$, $a = 50\text{ cm}$, $D = 50\text{ cm}$, $z = 30\text{ cm}$, courants de sens opposés.

Le tableau précédent indique que le rendement est meilleur pour $d = 50\text{ cm}$ que pour $d = 5\text{ cm}$.

Traçons $\int S^2 dx = f(d)$ pour 2, 3 et 4 bobines dans la route :

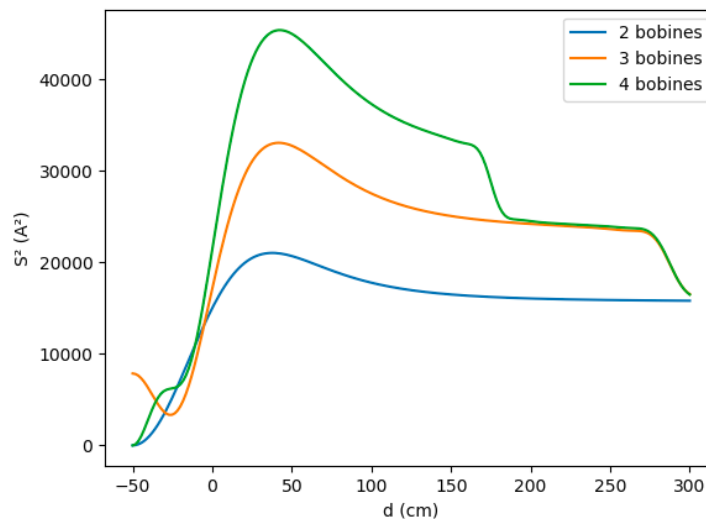


FIGURE 5 – Évolution de $\int S^2 dx$ en fonction de l’espacement horizontal entre les bobines

Ces courbes présentent un maximum autour de $d = 42\text{ cm}$, soit une valeur très légèrement inférieure au diamètre des bobines.

1.2.4 Optimisation de a et limites du modèle

Lors de nos premières visites à VEDECOM, nos tuteurs avaient manifesté un intérêt pour une éventuelle optimisation du rapport des tailles des bobines situées dans la voiture (a) et dans la route (d).

On cherche donc dans cette partie à optimiser la valeur choisie pour a .

On a vu que l'énergie reçue par la voiture était, d'après notre modèle :

$$E = \int \frac{e^2}{R} dt = \frac{\mu_0^2 a^2 \omega^2}{4\pi^2 R} \int S^2 \sin^2(\omega t) dt$$

Dans la mesure où on intègre sur le temps de passage de la voiture au-dessus des bobines, on ne peut pas négliger les variations temporelles de S^2 et le sortir de l'intégrale. En revanche, comme $\sin^2(\omega t)$ varie beaucoup plus vite que S^2 , on a :

$$\int S^2 \sin^2(\omega t) dt \approx \frac{1}{2} \int S^2 dt$$

E est donc proportionnel à $a^2 \int S^2(a) dx$, quantité que l'on note $I(a)$.

Traçons donc $I(a)$ (en $A^2 \cdot cm^3$) en fonction de a (en cm), pour la valeur de d obtenue précédemment : $d = 42 cm$.

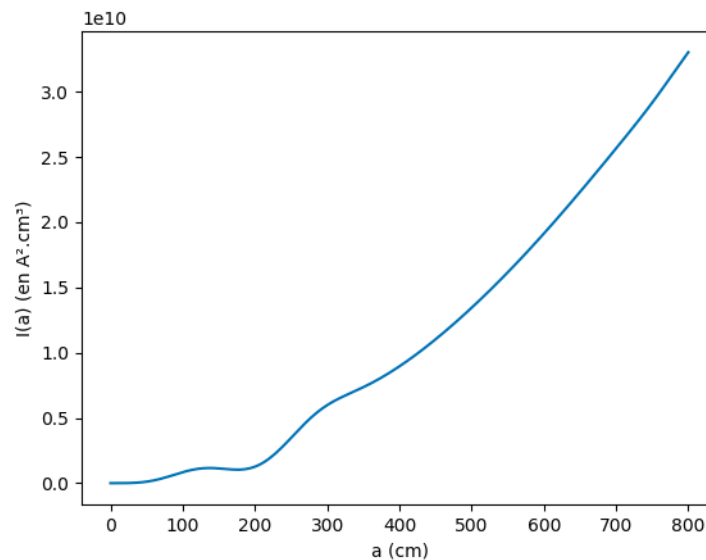


FIGURE 6 – Évolution de la grandeur $I(a)$ en fonction de la taille de la bobine a dans la voiture

Cette courbe semble diverger vers l'infini quand a devient grand. Il faudrait donc prendre a le plus grand possible...

En réfléchissant un peu, ce résultat paraît étrange. En effet, si l'on prend dans la voiture

une bobine très grande (sans se préoccuper du fait qu'elle tienne ou non dans la voiture), celle-ci est traversée par des lignes de champ de plusieurs bobines de la route, lignes qui pointent dans des directions opposées selon les bobines (le sens du courant n'étant pas le même d'une bobine à l'autre). On s'attend alors à ce que les effets des différentes bobines s'annulent, et donc à ce qu'une trop grande valeur de a ne soit pas un bon choix.

On touche en fait ici une des limites du modèle. Celui-ci ne reproduit les lignes de champ des bobines que dans une seule direction de l'espace : la direction x dans laquelle se déplace la voiture.

En augmentant a , on augmente la taille de la bobine de la voiture dans deux directions de l'espace, ce qui n'est pas cohérent avec notre modèle unidirectionnel!

Le facteur a^2 dans l'expression de E vient d'une intégration suivant l'axe y dans le calcul du flux ϕ . Il ne serait pas apparu avec des bobines au lieu des fils infinis.

Afin de choisir la valeur de a , il faut donc abandonner ce facteur a^2 et étudier simplement l'évolution de $\int S^2 dx$ (en $A^2 \cdot cm$) en fonction de a (en cm).

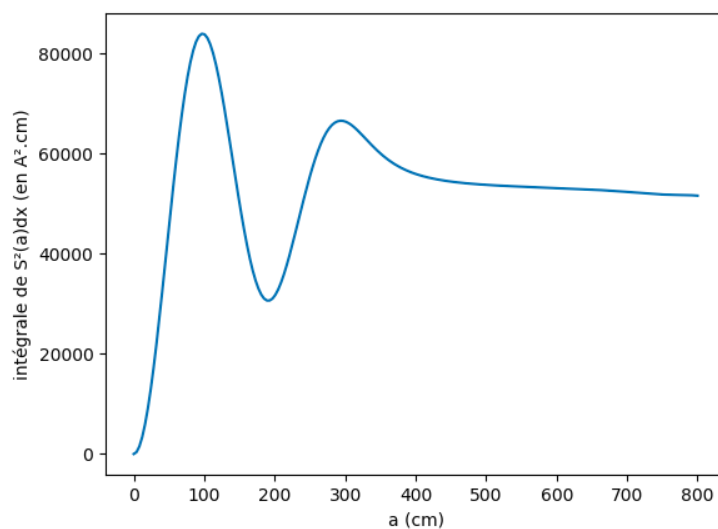


FIGURE 7 – Évolution de $\int S^2 dx$ en fonction de la taille de la bobine a dans la voiture

On a ici gardé l'espacement des bobines $d = 42 \text{ cm}$ précédemment obtenu.

D'après la courbe précédente, la valeur de a qui maximise l'énergie reçue par la voiture est $a \approx 96 \text{ cm}$.

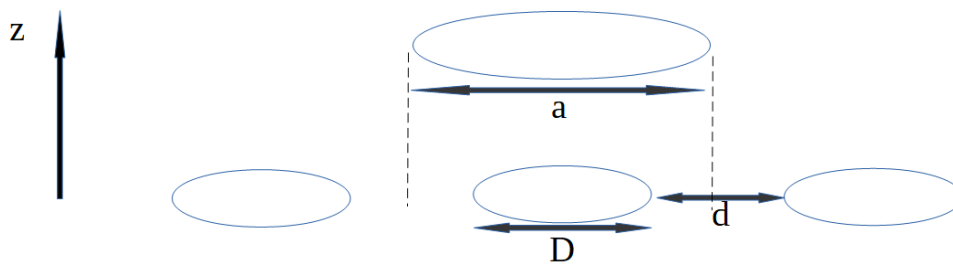


FIGURE 8 – Schéma de la configuration maximisant l'énergie reçue

Ce résultat est bien plus cohérent. En effet, il semble que, lorsque la voiture se trouve au-dessus d'une bobine b de la route, la bobine dans la voiture doit dans l'idéal recouvrir l'ensemble des points de la route pour lesquels la bobine la plus proche est la bobine b .

Autrement dit, on doit choisir a tel que $a \approx D + d$.

On cherche maintenant à vérifier cette dernière relation.

On trace la valeur optimale de a en fonction de la valeur de d choisie :

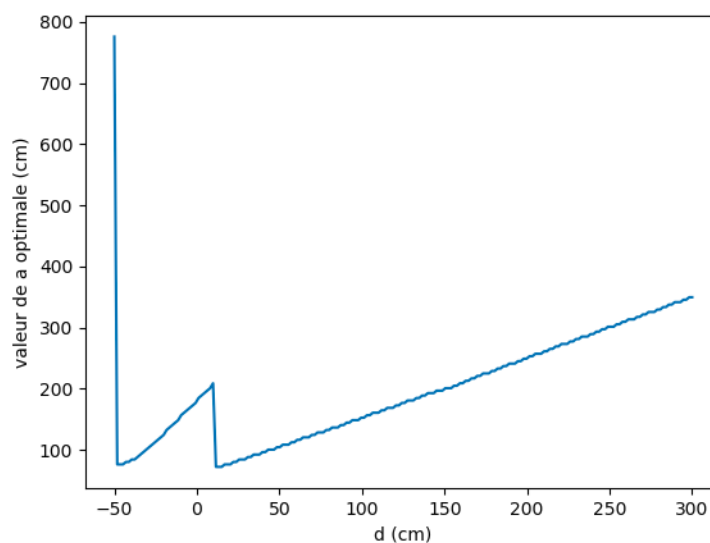


FIGURE 9 – Valeur de a optimale en fonction de la valeur de d choisie

La courbe obtenue confirme notre conjecture ($a \approx D + d$) pour $d \geq 10 \text{ cm}$.

À l'aide d'un modèle simple, on a réussi à obtenir des valeurs de d et a permettant d'optimiser le système de VEDECOM. Il faut maintenant les confronter à l'expérience ou à une simulation plus précise sur *Maxwell 3D* pour confirmer leur validité.

Par ailleurs, la dernière courbe obtenue suggère que les choix de d et a ne sont pas indépendants. Il sera donc intéressant de chercher à les optimiser simultanément.

2 GESTION DU PROJET

2.1 Retour sur les objectifs initiaux et leur réalisation

En septembre dernier, nous nous étions fixés les objectifs suivants pour la période d'octobre à janvier :

- Comprendre théoriquement le phénomène des bosses de chameau découvert par nos prédécesseurs vers la fin de leur étude ;
- Prendre en main le logiciel de simulation numérique de phénomènes électromagnétiques *Maxwell 3D* auquel VEDECOM allait nous donner l'accès ;
- Avec ce logiciel, modéliser le système selon les axes d'étude envisagés (écartement des bobines au sol, forme des bobines, bosses de chameau) ;
- Définir les protocoles expérimentaux à mettre en oeuvre sur le site de VEDECOM avec leur matériel.

Ce plan d'action était évidemment sujet à évoluer à mesure que le projet avançait.

Comme vu précédemment, nous avons réalisé des calculs suggérant une interprétation possible au phénomène des bosses de chameau. En revanche, nous n'avons pas encore fait fonctionner le logiciel *Maxwell 3D*, et nous avons réalisé une étude théorique non planifiée initialement (voir 1.2). Les raisons de ces changements sont détaillées ci-dessous (section 2.2).

2.2 Les aléas du projet, l'adaptation et les enseignements tirés

En rétrospective, l'imprévu majeur a été la difficulté à faire fonctionner le logiciel *Maxwell 3D*. En effet, la solution la plus simple *semblait* être d'accéder aux ordinateurs de VEDECOM par une connexion VPN, puis d'utiliser le logiciel en connexion à distance (le logiciel étant payant, l'installer sur nos ordinateurs aurait représenté un coût supplémentaire). Cependant, cette voie s'est avérée semée d'embûches. Sans développer ici le détail des problèmes informatiques qui présentent un intérêt très limité, nous avons consacré un nombre non négligeable de séances à tenter de faire fonctionner le VPN ou le logiciel, et les succès d'une semaine ont souvent été anéantis par un changement de serveur VPN chez VEDECOM, un serveur de *Maxwell 3D* non fonctionnel, ou de nouvelles erreurs impromptues.

Or, dans notre plan initial, nous devions *commencer* notre étude par *Maxwell 3D*! Dans la mesure où nous n'avons pu commencer à le prendre en main que très récemment, suite à une deuxième visite au service informatique de VEDECOM, nous pouvons rétrospectivement nous féliciter d'avoir en parallèle entamé les 2 études théoriques vues ci-dessus (1.1 et 1.2).

Nous retenons aussi qu'il ne faut pas être trop optimiste concernant le bon fonctionnement des produits informatiques complexes (ici, *Maxwell 3D*) dans des conditions inhabituelles (ici, accès via un VPN).

2.3 Organisation des 3 mois restants

En gardant à l'esprit l'importance de l'adaptabilité que ce projet nous a déjà permis de confirmer, voici nos objectifs actuels pour les 3 mois restants :

- mettre en évidence plus en détail les limites du modèle présenté en 1.2;
- utiliser malgré tout ce modèle pour étudier d'autres phénomènes, comme la loi de décroissance exponentielle du rendement avec l'entrefer (espacement entre la voiture et les bobines au sol) trouvée par nos prédécesseurs;
- confronter nos 2 modèles théoriques à des expériences adaptées avec le matériel de VEDECOM;
- confronter nos 2 modèles théoriques à des simulations avec *Maxwell 3D*;
- tenter de trouver d'autres résultats intéressants dans le cadre de nos axes de travail avec *Maxwell 3D*.

RÉFÉRENCES

Antoine Caillierez. **Étude et mise en oeuvre du transfert de l'énergie électrique par induction : application à la route électrique pour véhicules en mouvement**, *Université Paris-Saclay*, 2016.

A CODE PYTHON UTILISÉ EN 1.2

Concernant la partie du code dédiée à l’affichage, nous n’incluons que l’exemple de la Fig. 7 afin de ne pas alourdir cette partie.

```
from math import *
from scipy.integrate import quad
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def S1(i, a, x, D, d, z):
    return 0.5*i*log(1 + 2*a*x/((x-0.5*a)**2+z**2))

def S2(i, a, x, D, d, z):
    return 0.5*i*log(1 + 2*a*(x-D)/((x-0.5*a-D)**2+z**2))

def S3(i, a, x, D, d, z):
    return 0.5*i*log(1 + 2*a*(x-D-d)/((x-0.5*a-D-d)**2+z**2))

def S4(i, a, x, D, d, z):
    return 0.5*i*log(1 + 2*a*(x-2*D-d)/((x-0.5*a-2*D-d)**2+z**2))

def S5(i, a, x, D, d, z):
    return 0.5*i*log(1 + 2*a*(x-2*D-2*d)/((x-0.5*a-2*D-2*d)**2+z**2))

def S6(i, a, x, D, d, z):
    return 0.5*i*log(1 + 2*a*(x-3*D-2*d)/((x-0.5*a-3*D-2*d)**2+z**2))

def S7(i, a, x, D, d, z):
    return 0.5*i*log(1 + 2*a*(x-3*D-3*d)/((x-0.5*a-3*D-3*d)**2+z**2))

def S8(i, a, x, D, d, z):
    return 0.5*i*log(1 + 2*a*(x-4*D-3*d)/((x-0.5*a-4*D-3*d)**2+z**2))

def S(i1, i2, i3, i4, i5, i6, i7, i8, a, x, D, d, z):
    return (S1(i1, a, x, D, d, z)
            + S2(i2, a, x, D, d, z)
            + S3(i3, a, x, D, d, z))
```



```
+ S4(i4, a, x, D, d, z)
+ S5(i5, a, x, D, d, z)
+ S6(i6, a, x, D, d, z)
+ S7(i7, a, x, D, d, z)
+ S8(i8, a, x, D, d, z))

def integS2(i1, i2, i3, i4, i5, i6, i7, i8, a, D, d, z, xmin, xmax):
    # Retourne l'intégrale de xmin à xmax de la fonction S^2.
    def S2(x):
        return (S(i1, i2, i3, i4, i5, i6, i7, i8, a, x, D, d, z)**2)
    res, err = quad(S2, xmin, xmax)
    return res

def trace_integS2_fct_a(i1, i2, i3, i4, i5, i6, i7, i8, D, d, z, xmin, xmax):
    a = np.linspace(0, 800, 200)
    n = len(a)
    I = [integS2(i1, i2, i3, i4, i5, i6, i7, i8, a[k], D, d, z, xmin, xmax)
          for k in range(n)]
    plt.plot(a, I)
    plt.show()

def a_opt(i1, i2, i3, i4, i5, i6, i7, i8, D, d, z, xmin, xmax):
    # Calcul approximatif de la valeur optimale de a
    a = np.linspace(0, 800, 200)
    n = len(a)
    I = [integS2(i1, i2, i3, i4, i5, i6, i7, i8, a[k], D, d, z, xmin, xmax)
          for k in range(n)]
    am = I.index(max(I)) # argmax
    return a[am]

if __name__ == "__main__":
    # Figure 8
    trace_integS2_fct_a(10, -10, -10, 10, 10, -10, -10, 10, 50, 42, 30, -500, 70
                        0)
```